

KappAbel sem varð

**BEST**

Tíu ár tækifæra á Íslandi  
fyrir nemendur, kennara og skóla



**Anna Kristjánsdóttir**  
prófessor á menntavísindasviði Háskóla Íslands  
professor emerita Universitetet i Agder, Norge  
Vorið 2011

# Bekkirnir keppa í stærðfræði

Á hverju hausti fá skólastjórar allra skóla, með 9.bekk, boð vegna stærðfræðikeppni bekkjanna. Fyrsta boðið var 2001. Keppnin á því 10 ára afmæli á Íslandi á þessu ári.

Í byrjun var um að ræða þátttöku í norsku keppninni *KappAbel* sem þá var að hefja sitt þriðja ár. Nafnið vísar til norska stærðfræðingsins Niels Henrik Abel sem Abelsverðlaun í stærðfræði eru kennd við.

Norðmenn buðu fulltrúum hinna Norðurlandanna að velja hvert einn bekk til þátttöku heima fyrir og í undanúrslitum vorið 2002. Flestir fulltrúa þekktu ekki svona keppni og hófu því ekki þátttöku fyrr en síðar. Íslenski fulltrúinn, prófessor Anna Kristjánsdóttir hafði hins vegar stjórnað Alþjóðlega stærðfræðiárinu 2000 á Íslandi og kynnt á vef þess það sem gerðist í nágrennalöndunum, þar á meðal KappAbel. Hún vildi ekki takmarka þátttöku en bauð öllum íslenskum 9. bekkjum að taka þátt.

## Um hvað snýst keppnin?

Keppnin er tvíþætt. Annars vegar fjölbreyttar stærðfræðiprautir sem nemendur glíma við í smáhópum í eigin skólum og eiga síðan rökræður í bekknum um hvaða lausnir skuli senda inn. Þetta er tvisvar – í nóvember og janúar. Eftir hvora lotu fær bekkurinn að vita stigafjölda sinn (allt að 40 stig), réttar lausnir og vísbendingar um lausnaleyðir. Eftir seinni lotuna er um tíu efstu bekkjunum boðið að senda fulltrúa sína, 2 stúlkur og 2 pílta, til íslensku undanúrslitanna.

Hinn hluti keppinnar gengur undir heitinu *Bekkarverkefnið*. Það er, allt eins og þrautirnar, fyrir alla nemendur í bekkjunum. Þetta er þemaverkefni sem felur í sér rannsókn. Nýtt þema er valið á hverju ári og fjallar alltaf um tengsl stærðfræði við einhverja aðra grein eða svið (sjá aftar).

25 bekkir luku báðum lotunum í eigin skóla fyrsta árið. Þrír þeirra luku einnig bekkjarverkefni *Stærðfræði og íþróttir*. Sigurvegari sendi fulltrúa sína í norsku undanúrslitin.



Fulltrúar 9.E í Digranesskóla kepptu við 20 norsk lið og náðu 2. sæti í undanúrslitunum. Bekkjarverkefni þeirra var einnig í toppsæti. Þar eð Norðmenn voru ekki við því búnir að erlent lið næði svo góðum árangri kepptu þau ekki til úrslita en fengu verðlaun eins og þau hefðu náð 2. sæti þar. Hér eru þau með þórði St. Guðmundssyni kennara sínum.

## Norrænt samstarf um keppnina

Árið 2003 fékkst norrænn styrkur til þess að styrkja uppbyggingu keppni innan annarra Norðurlanda, í sama stíl og KappAbel. Með góðu samstarfi tókst þetta á árunum 2003-2006 og löndin skiptust á að halda norræna lokakeppni. Vegna óska Norðmanna haustið 2007 um að nafnið *KappAbel* skyldi aðeins notað á norska keppni völdu hin löndin hvert sitt nafn. Norræna keppnin kallast: *Nordic Math Class Competition*.

Norræna keppnin var haldin á Íslandi vorið 2005 í húsakynnum þáverandi Kennaraháskóla Íslands. Svo skemmtilega vildi til að fulltrúar 9.B í Lundarskóla á Akureyri unnu þar glæsilegan sigur í stærðfræðiprautunum.



Bekkarverkefnið gerir miklar kröfur til nemenda, en er mjög gefandi. Þeir kynnst rannsóknavinnubrögðum og leita fanga víða, hjá sérfræðingum og reyndu fólki auk þess að leita í ritað mál, myndefni og á vefinn.

Allur bekkurinn kemur að bekkjarverkefninu og nái nemendur góðri umræðu í hugstreymi og afmörkun efnisins er þörf fyrir margs konar hæfileika í þessari vinnu. Skilað er:

- Faglegri skýrslu
- Framvinduskýrslu
- Efni á sýningu á niðurstöðum og framvindu við vinnuna
- Munnlegri kynningu, oft leikrænni.

Í viðtali fréttamanns við fjórmeningana, hér með Sigurveigu M Kjartansdóttur kennara, kom fram að þau hefðu viljað sigra fyrir bekkinn sinn. Þau þökkðu bekkjarverkefninu fyrir að samstarf og vinátta hefði aukist innan bekkjarins. Foreldrar kunnu vel að meta það sem hér var á ferð og stóðu fyrir hópferð hinna nemendanna til Reykjavíkur til að fylgjast með norrænu keppninni.

## **Þekking innan íslenskra skóla á því sem keppnin lagði áherslu á**

Í kennaramenntun hafði nokkur áhersla verið lögð á að nota þrautir í stærðfræðikennslu. Þá hafði *Heilabrot og hugkvæmni* – vefnámskeið fyrir starfandi kennara haft svæði sitt opið öllum síðan haustið 1997 og í það var mikið sótt. En samstarf nemendahópa við að leysa þrautir, og beita stærðfræðilegum rökstuðningi til þess, var á þessum tíma fátítt.

Hugmyndin að baki bekkjarverkefni, þ.e. að kanna tengsl stærðfræði við önnur svið, var þekkt á Íslandi vegna tveggja vinnupakka í stærðfræði fyrir unglingastigið: *Íþróttir og útilíf* og *Sjór*. En á þessum tíma var liðinn nær aldarfjórðungur frá útgáfu þess efnis og fáir kennarar með reynslu af slíku.

Innan annarra Norðurlanda hefur áhersla á þemaverkefni í stærðfræði verið meiri en hér og standa Danir þar fremstir í flokki.



Fulltrúar 9.Þ Digranesskóla sigruðu á Íslandi 2007. Í skýrslu um bekkjarverkefnið stóð:

Þegar verkefninu var lokið voru allir sammála um að verkefnið hefði tekist afar vel. Við höfum lært mikið á þessu eins og að vinna saman í hópum og skipuleggja tíma okkar. Vitaskuld tók keppnin tíma frá almennu námi en allir voru til í að hafa aðeins meiri heimavinnu svo okkur myndi takast að hafa verkefnið sem flottast. Stundum vorum við líka lengur í skólanum til þess að geta klárað það sem gera þurfti. Okkur fannst vinnan við verkefnið mjög skemmtileg, fræðandi og góð tilbreyting frá venjulegu skólalífi. Nú sjáum við líka að hægt er að finna stærðfræði í nánast öllu. – Takk fyrir okkur!!

Verkefnið þeirra sigraði glæsilega í norrænu keppninni þetta ár.



## Dagskrá BEST - haust til vors

Boð um þátttöku fá skólar um haust og er þá jafnframt tilkynnt hvert þema ársins er.

Í nóvember og janúar eru stærðfræðiþrautir lagðar fyrir í bekkjunum. Kennarar fá ítarlegar leiðbeiningar um framkvæmd og þar sem þeim er óheimilt að útskýra fyrir nemendum fá þeir tækifæri til að taka vel eftir leit þeirra að lausnum og rökræðum þeirra. Í rafpósti fékk stjórnandi haustið 2007 eftirfarandi kveðju frá kennara vegna viðfangsefna og fyrirmæla um vinnubrögð:

„Ég vil þakka þér fyrir þennan tíma en hann var ekki bara besti stærðfræðitími sem ég hef kennt heldur sennilega sá besti sem ég hef upplifað, bæði sem nemandi og kennari. Þetta er alvörunám.“

Samband er við kennarana um veturinn og send fréttabréf. Í byrjun febrúar fá nokkrir skólastjórar bréf sem hér segir:

*Ágæti skólastjóri,*

*Það er ánægjulegt að tilkynna að meðal þeirra bekkja, sem boðið er til undanúrslita í apríl, er einn bekkur í skólanum ykkar.*

*Ég fer vinsamlegast fram á að þú tilkynnir þetta bekknum og í skólanum. Nú fer vinna þeirra við þemaverkefnið væntanlega í fullan gang.*

*Bestu kveðjur, Anna Kristjánsdóttir*

Þessi tilkynning ásamt boðinu í keppnina og frásögn af sigurvegurum fer til skólastjóra því að bekkirnir taka þátt fyrir hönd skólanna sinna. Það er mikilvægt að skólastjórar taki örlítinn tíma í að vera hér sýnilegir – hvetja bæði nemendur og kennara og gleðjast með þeim. En einnig að sjá til þess að foreldrar og aðrir fái að vita af BEST.

Í apríl er lokahátíð. Sýning á bekkjarverkefnum er opnuð, undanúrslit eiga sér stað, nemendur kynna verkefni sín munnlega og lokakeppni þriggja liða fer fram á sviði með fjölda áhorfenda sem einnig eru virkir.

Nánar er fjallað um bekkjarverkefnið aftar en bregðum okkur nú inn í undanúrslitin þar sem hóparnir glíma við stærðfræðiþrautir.



Vorið 2005



Vorið 2006



Eftir undanúrslit og kynnisferð er munnleg kynning bekkjarverkefna. Hagaskóli sýndi hér hvernig þau fundu líkur í greiningu á spilinu *Tuttugu og einn* vorið 2011. Þau eru fulltrúar Íslands í norrænu keppninni 2011.

Eftir keiluspil eða aðra kvöldskemmtun fá þátttakendur að vita hverjir hafi náð í loka-keppnina. Þar vege jafnt niðurstöður undanúrslita og stigafjöldi fyrir hina ýmsu þætti bekkjarverkefnanna.



Lokakeppnin fer fram í stórum sal með áhorfendum. Hún hefur verið haldin í Háskólabíói, sölum menntavísindasviðs HÍ, í boði Kópavogs og í boði Hafnarfjarðar.



Þrjú lið tilbúin fyrir fyrstu þraut vorið 2010.



Þrautirnar birtast einnig áhorfendum sem geta líka spreytt sig líka á þeim.



Stærðfræðikeppni er ekki eins og handbolta-keppni. Máli skiptir að liðin sem keppa geti einbeitt sér. Það skilur unga fólkið í salnum oftast vel. Hér eru nemendur úr Árskóla.



Dómari getur beðið lið að útskýra hvernig þau leystu tiltekna þraut. Hér gera nemendur Giljaskóla það.

## Viðurkenningar til bekkjanna

BEST veitir sigurvegurum verðlaun sem hér segir:

1. sæti kr. 80.000 og þátttaka í norrænu keppninni.
2. sæti kr. 80.000
3. sæti kr. 40.000

Besta bekkjarverkefni kr. 40.000

Auk þess eru veitt jafnhá verðlaun fyrir besta bekkjarverkefni utan undanúrslita.

### Hvernig hafa íslenskir skólar tekið KappAbeL sem nú heitir BEST?

Allt frá hausti 2002 hefur þátttaka íslenskra skóla í keppninni verið hlutfallslega hærri á Íslandi en innan hinna Norðurlandanna, fyrstu árin þó að Noregi undanskildum. Innan lands hefur þátttaka verið þessi:

**80% skóla, með fleiri en 60 nemendur** í árgangi, hafa tekið þátt í keppninni, flestir oft eða í hvert sinn.

**65% skóla, með 20 til 60 nemendur** í árgangi, hafa tekið þátt í keppninni og talsverður hluti þeirra oft eða hvert sinn.

**40% skóla, með 4 til 20 nemendur** í árgangi (4 er lágmarksfjöldi) hafa tekið þátt í keppninni og ýmsir þeirra mjög oft eða hvert sinn. En hér eru líka nýir skólar sem hafa mörg horn í að líta. Sumir allra fámennustu skólanna hafa náð í undanúrslit.



Þótt aðeins nokkrir tugir nemenda taki þátt í lokahátíð á vorin standa miklu fleiri þeim að baki sem einnig hafa tekið fullan þátt.

Þeim skólum fjölgar sífellt sem hafa tekið BEST inn í sína ársdagskrá, BEST er þar orðin hluti af skólamenningunni.

### Hvers konar þrautir fá nemendur að leysa?

Þær eru margvíslegar og reyna á öll svið stærðfræði sem þeim eru kunn eða öruggt má telja að þau geti ályktað sig gegnum án þess að hafa lært efnið. Hér er eitt sýnishorn.

#### Staðhæfing Jung-run Chen

Árið 1973 staðhæfði Kínverjinn Jung-run Chen að allar sléttar tölur væri hægt að skrifa sem  $a + b \cdot c$  þar sem  $a$ ,  $b$ , og  $c$  eru prímtölur (frumtölur). T.d. getum við skrifað  $8 = 2 + 2 \cdot 3$ .

Prímtölurnar, sem eru minni en 40 eru: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 og 37

A Rannsakið staðhæfingu Jung-run Chen fyrir einhverjar þrjár sléttar tölur sem þið veljið af handahófi milli 10 og 30.

B Skriðið 38 á eins marga vegu og mögulegt er á forminu  $a + b \cdot c$  þar sem  $a$ ,  $b$ , og  $c$  eru prímtölur.

C Skýrið út hvernig þið getið sannfærst um að þið hafið fundið alla möguleikana varðandi töluna 38.

**Yfir 500 bekkir og yfir 13.000 nemendur** hafa tekið þátt þann áratug sem keppnin hefur staðið. Þar af hafa **yfir 100 bekkir skilað bekkjarverkefni**, nemendur þeirra skipt þúsundum og **yfir 70 kennarar** hafa komið að slíkri vinnu, sumir oft, margoft.

Það er yfirlýst stefna keppinnar að gera nemendum úr dreifbýli jafn auðvelt að taka þátt og nemendum af Reykjavíkursvæðinu. **Yfir 30 hópum og kennurum þeirra hefur verið boðið langt að til undanúrslita án nokkurs kostnaðar fyrir þá.**

# Í mörg horn þarf að líta

Þremur mánuðum eftir að keppnin hófst haustið 2001 ákvað Anna Kristjánsdóttir að verða við kalli frá norskum háskóla um að koma til starfa þar. Þar sem enginn annar hafði viðlíka reynslu af starfi með skólum að þróun stærðfræðikennslu ákvað hún að búa til heimahaga fyrir verkefnið á vef og freista síðan að sinna því frá Noregi.

Vefsetrið *Stærðfræðin hrífur* var opnað 20.02.2002. Auk keppninnar var þar margt annað að finna. Vefsetrið skapaði góða aðstöðu um langt árabil og rafræn samskipti héldu kostnaði í lágmarki. Undanfarin ár hefur verið unnið að því að *Stirni* taki við þessu hlutverki en fjárskortur tefur það.

## Fjármögnun BEST

Auk norræna styrksins sem fékkst árið 2003 hefur verkefnið notið góðra styrkja hérlendis sem hér segir:

2002	Opin kerfi	450.000 kr.
2003	Orkuveita Reykjav.	400.000 kr.
2008	Alþingi Íslendinga	1.200.000 kr.
2008	Kópavogur bar kostnað af loka-hátíð annan en ferðir og verðlaun	
2009	Hafnarfjörður bar kostnað af loka-hátíð annan en ferðir og verðlaun	

Aðrir, m.a. menntamálaráðuneyti, hafa veitt smærri styrki, nær allir aðeins einu sinni.

Kennaraháskóli Íslands hefur frá 2002 annast fjármálaumsýslu verkefnisins á sama hátt og önnur verkefni háskólakennara. En ljóst er að mikil þörf er á að BEST öðlist traustan fjárhagsgrundvöll til lengri tíma litið.

## Ávinningur af BEST ?

Sé spurt svo er fyrsta svar flestra að nemendur njóti ávinnings og þakklæti þeirra kemur reyndar óspart í ljós í skrifuðu máli og töluðu. En þegar grannt er skoðað má sjá að ávinningurinn liggur víðar.

Mjög margir kennarar hafa sagt frá því, í rituðu máli eða töluðu, hvað það er sem vekur athygli þeirra er þeir horfa og hlusta á eigin nemendur rökræða við að leysa þrautir og leggja sig alla fram við rannsóknir bekkjarverkefnisins. Slík eftirtekt kennara er mikilvæg og sproti þess að þróa eigin kennslu í þá átt að gefa nemendum þessa möguleika sem víðast í stærðfræðináminu. Ekki sumum nemendum – heldur öllum.

Á heimasíðum og í skeytum skólustjóra er ánægja með BEST oft látin í ljós og það tækifæri sem opnast til að efla þróunarstarf innan skólans talið mikilvægt. Skólaþróun – í merkingunni þróun einstakra skóla inn á við sem út á við gagnvart samfélaginu – er metin að verðleikum í dag og þar hefur BEST talsvert fram að leggja.

Rannsóknir um allan heim hafa sýnt að tól yfirvalda til að hafa áhrif á kennslu eru fremur máttlaus. Þetta á einkum við um námskrár og námsbækur en einnig um styttri námskeið sem sem tilreidd eru tilbúin og án þess að kanna aðstæður á hverjum stað. Í BEST eru sýndar aðrar leiðir til eflingar.

Kennslu breyta engir nema kennarar og þeir gera það ekki nema þeir sjái tilefni til þess, sjái á viðbrögðum nemenda sinna meiri áhuga, öruggari tök á viðfangsefnum og meiri gleði yfir því sem þeir fást við.

**Að BEST hafa komið á þriðja hundrað kennarar og um helmingur þeirra oftast einu sinni.** Sumir hafa opnað fjölmörgum bekkjum þessa möguleika og í gegnum það hefur raunhæf starfsþróun þeirra átt sér stað. Þeir hafa um leið styrkt mjög vitund nemenda sinna um stærðfræði í lífi og starfi.

15 ára piltur úr Árbæjarskóla orðaði þetta svo vorið 2011: „Í dagsins önn er stærðfræði sjaldan langt undan.“

## Glæsileg bekkjarverkefni



Val á þema árána hefur verið fjölbreytt. Hér sést hvaða verkefni sigrðu hvert ár:

### 2002 Stærðfræði og íþróttir

Digranesskóli

*Frjálsar íþróttir, fjallgöngur og Quiddich*

### 2003 Stærðfræði og tækni

Oddeyrarskóli *Sími*

### 2004 Stærðfræði og tónlist

Hagaskóli *Tónlist á talnaás*

### 2005 Stærðfræði og mannlíkaminn

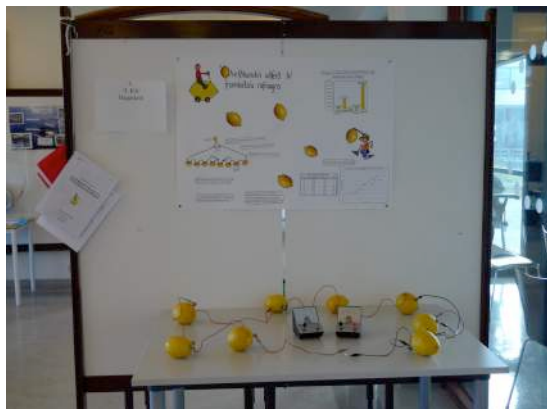
Digranesskóli

*Orkunýting mannsins, ný rúmmálseining og gullinsnið.*

### 2006 Stærðfræði og samskipti

Digranesskóli

*Beinar útsendingar frá EM í handbolta og Lundaskóli *Samskiptaspil**



2010 spreytti Hagaskóli sig á að framleiða rafmagn er þema var *Stærðfræði og orka*.

Alls hafa **yfir 100 bekkir** unnið rannsóknaverkefni og skoðað tengsl stærðfræði við önnur svið. **Nemendur sem hafa komið að slíkri vinnu skipta þúsundum.**

Verkefni Hvolsskóla 2009 - eitt glæsilegasta verkefnið sem unnið hefur verið. Það hét: *Umhverfisáhrif vegna framkvæmda við Landeyjahöfn*. Verkefnið fékk einnig verðlaun í annars konar samkeppni síðar á árinu.

### 2007 Stærðfræði og byggingar

Digranesskóli *Mismunandi íþróttahús.*

og Hrafnagilsskóli

*Húsnæði líkamsræktarstöðvarinnar Átaks*

### 2008 Stærðfræði og dýr

Digranesskóli

### 2009 Stærðfræði og umhverfið

Hvolsskóli :

*Umhverfisáhrif vegna framkvæmda við Landeyjahöfn*

### 2010 Stærðfræði og orka

Árbæjarskóli

*Vatnsaflsvirkjanir og rússí-banar*

### 2011 Stærðfræði í leikjum og spilum

Hagaskóli *Spilið tuttugu og einn*



Það gerði Hvaleyrarskóli líka þetta vor, en á allt annan hátt. Bæði voru verkefni góð!